معامل الاختلاف المعياري النسبي ويرمز له بالرمز C.V (Coefficient of variance)

استعمالات معامل الاختلاف

١- تدل قيمة معامل الاختلاف المعياري على نسبة الاختلاف كنسبة بين المتوسط الحسابي الانحراف القياسي وكلما زادت cv يزداد الاختلاف ويقل الثبات بينما كلما قلت قيمة cv يزداد الثبات ويقل الاختلاف والتشتت

٢- يستعمل معامل الاختلاف المعياري للمقارنة بين الاختلافات في عينتين لنفس الصفة ولكن كل عينة مقاسة بوحدات مختلفة عن الاخرى

٣ المقارنة بين الاختلافات بين صفتين او اكثر من الصفات -المتغيرة

٤ - تستعمل قيمة معامل الاختلاف المعياري في التجارب كمدلول على دقة التجربة فكلما زادت قيمة معامل الاختلاف دل ذلك على انخفاض دقة التجربة وكلما قلت معامل الاختلاف دل على ارتفاع دقة التجربة .

$$CV = \frac{S}{y} \times 100$$

مثال (7): نتائج الامتحانات النهائية لمادتين في الصف الأول كانتا كما موضحا بالجدول التالي، حدد في أي المادتين كان التشتت اكثر؟

	الرياضيات	الحاسوب
الوسط الحسابي	78	73
الانحراف القياسي	8	7.6

الحل:

بالرياضيات $C.V_{M.} = \frac{8}{78} * 100 = 10.25\%$

بالحاسوب $C.V_{C.} = \frac{7.6}{73} * 100 = 10.41\%$

يلاحظ ان التشتت في درجات الحاسوب كان اكثر من الرياضيات، ولكن لو قارنا من خلال الانحراف القياسي لوجدنا ان التشتت بدرجات الرياضيات اكثر من الكيمياء.

مثال ٧-١ : أجري اختبارا في مقرر الإحصاء على عينتين من الطلبة والطالبات وحصلنا على النتائج التالية :

في عينة الطلبة كان متوسط الدرجات 18 بانحراف معياري 4 وفي عينة الطالبات كان متوسط الدرجات 16 بانحراف معياري 3

المطلوب : مستخدما معامل الاختلاف حدد أي المجموعتين الطلبة أم الطالبات أكثر تشتت [أو أستطيع أن أقول أكثر تباعد أو أقل تجانس أي قيمته أكبر من الآخر] في توزيع الدرجات .

الحل : ١ / نكتب المعطيات ليسهل لنا تعويض قيم القانون
المعطيات : لعينة الطلبة / المتوسط الحسابي($\bar{y}$= 18) بينما الانحراف المعياري(S= 4)
لعينة الطالبات / المتوسط الحسابي $\bar{y}$ = 16 بينما الانحراف المعياري(S = 3)

$$CV_m = \frac{s}{\bar{y}} * 100 = \frac{4}{18} * 100 = 22.2222$$

$$CV_f = \frac{s}{\bar{y}} * 100 = \frac{3}{16} * 100 = 18.75$$

أنظر للنتائج وأستخرج الأكثر تشتت أي الأكثر تباعد وهو الأقل تجانس أي القيمة الأكبر فأقول المجموعة الأكثر تشتت هي مجموعة الطلبة
وإذا عكسنا صيغة السؤال فقلنا نستخرج الأقل تشتت أي الأقل تباعد والأكثر تجانس أي أكثر تقارب أي القيمة الأقل فأقول المجموعة
الأقل تشتت هي مجموعة الطالبات

يمكن أيضًا استخدام معامل الاختلاف لقياس جدوى الأسواق الجديدة قبل أن تطلق المنظمة منتجًا أو خدمة أو منفذًا جديدًا. يمكنك مقارنة تكاليف اختراق السوق المتوقعة لمنطقتين او لطبقتين واختيار الخيار الذي يحتوي على اختلافات أقل.

مثال لدى شركة معينة الخيار لاستهداف طبقتين في منتجين مختلفين وبعد دراسة للطبقتين تم تسجيل المعدل للطبقة الاولى و مالانحراف القياسي (المعياري) لتكون 36 و 6. نفس القيم للطبقة الثانية كانت 49 و 7.

$$CV_1 = \frac{s}{\bar{y}} = \frac{36}{6} * 100 = 600$$

$$CV_2 = \frac{s}{\bar{y}} = \frac{49}{7} * 100 = 700$$

اعتمادا على النتائج فان الشركة ستقرر الاستثمار مع الطبقة الاولى لان معامل الاختلاف فيها سيكون اقل اي اكثر استقرارا من الثانية.

5. الدرجة القياسية Standardized Scores

عندما يتم المقارنة بين مفردتين من مجموعتين مختلفتين يستوجب تحويلهما الى وحدات قياسية لاجل ان تكون تلك المقارنة ذات مرجعية قياسية وذو دلالة حقيقية، ويتم ذلك من خلال التحويل الى الدرجة القياسية التي تحسب وفق العلاقة:

$$Z_i = \frac{y_i - \bar{y}}{s}$$

مثال (8): حصل طالب على درجة (84) في مادة الرياضيات التي متوسط درجات الطلبة فيها هو (76) وبانحراف قياسي قدره (10)، وفي مادة الفيزياء (90) التي متوسط درجات الطلبة فيها (82) وبانحراف قياسي (16)، ففي أي من الموضوعين كانت قابلية هذا الطالب اعلى؟

الحل:

$$Z_1 = \frac{84-76}{10} = 0.8$$

$$Z_2 = \frac{90-82}{16} = 0.5$$

يتضح ان قابلية الطالب في الرياضيات اعلى من الفيزياء

اذا كان انتاج معمل في الاسبوع الاول من شهر تموز هو (85)قطعة وكان معدل الانتاج في الشهر نفسه (76)والانحراف المعياري له (10) وكان الانتاج في الاسبوع الاول من شهر اب (91) ومعدلهم لهذا الشهر (83) والانحراف المعياري (12) في أي شهرين كانت الايرادات اكثر حسب الدرجة المعيارية

$$\boldsymbol{Z_i = \frac{y_i - \bar{y}}{s}}$$

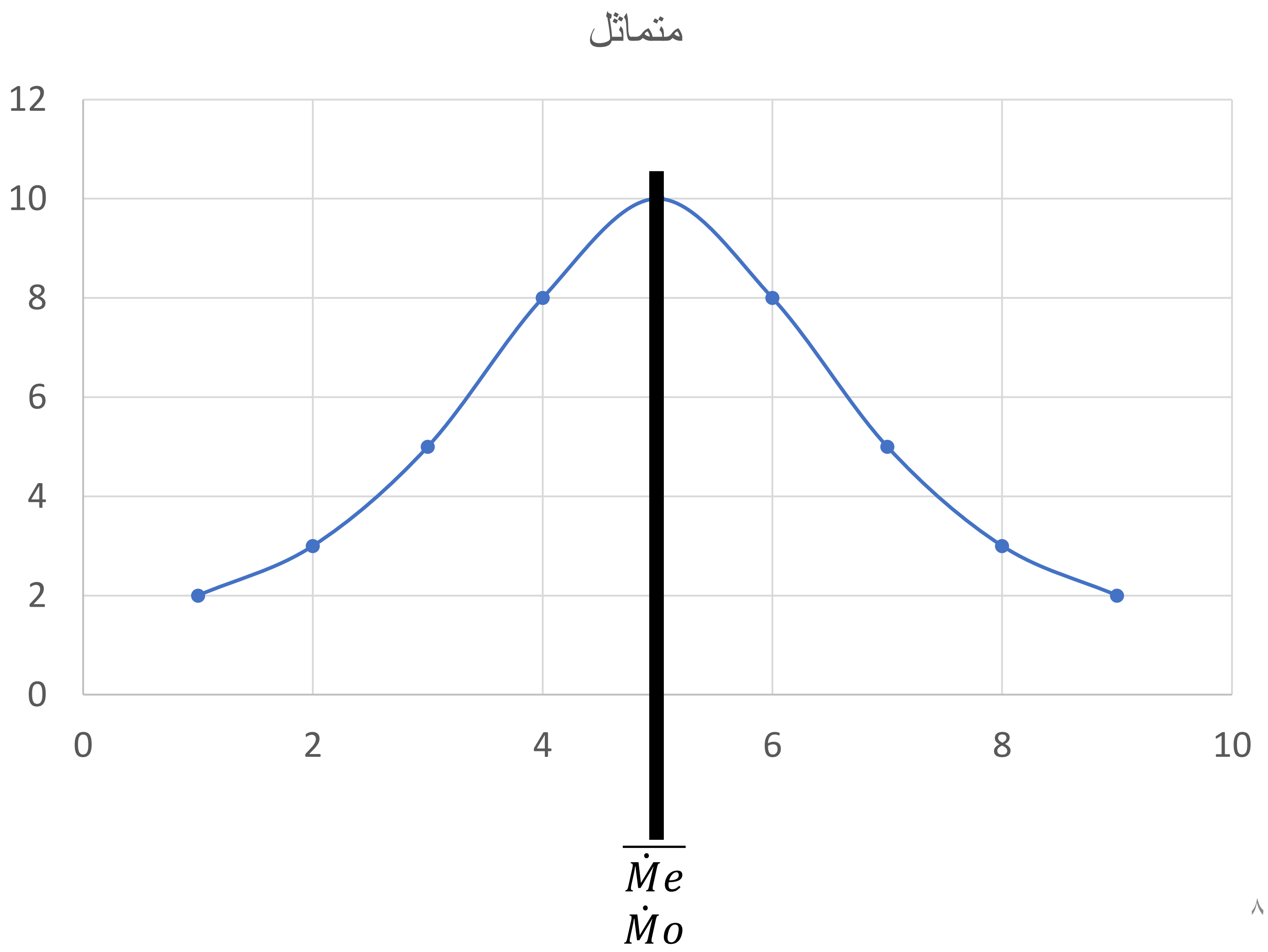
$$Z_J = \frac{85 - 76}{10} = 0.9$$

$$Z_A = \frac{91 - 83}{12} = 0.67$$

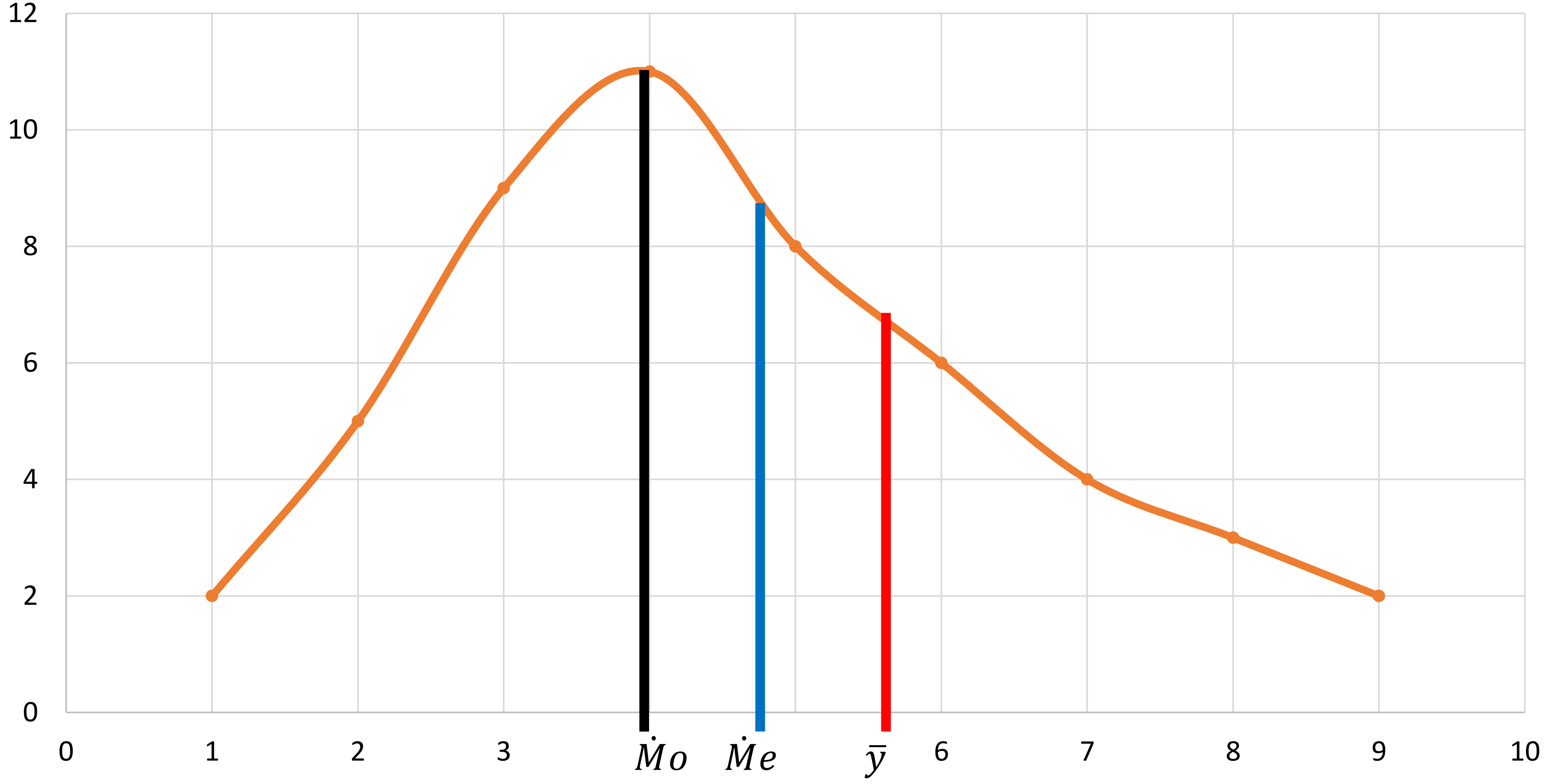
تكون ايرادات شهر تموز افضل من ايرادات شهر اب حسب نتائج الدرجة القياسية (المعيارية)

مقاييس الالتواء و التفلطح Skewness and Kurtosis Measures

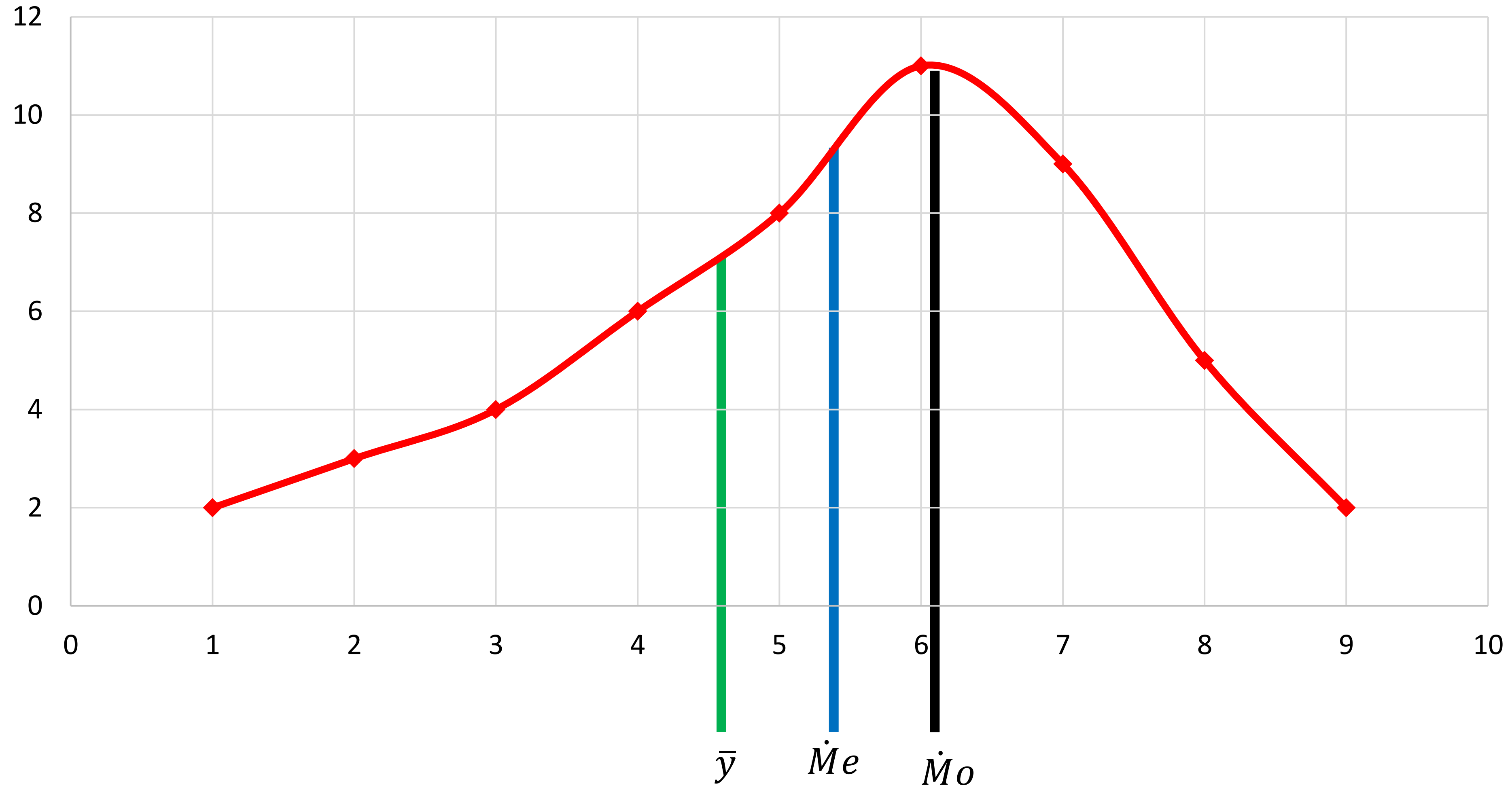
مقياس الالتواء : هو انحراف منحني التوزيع عن التماثل (التواء موجب ، سالب ، معتدل) وهذا المقياس خاص بالتوزيعات احادية المنوال وكما هو مبين في ادناه



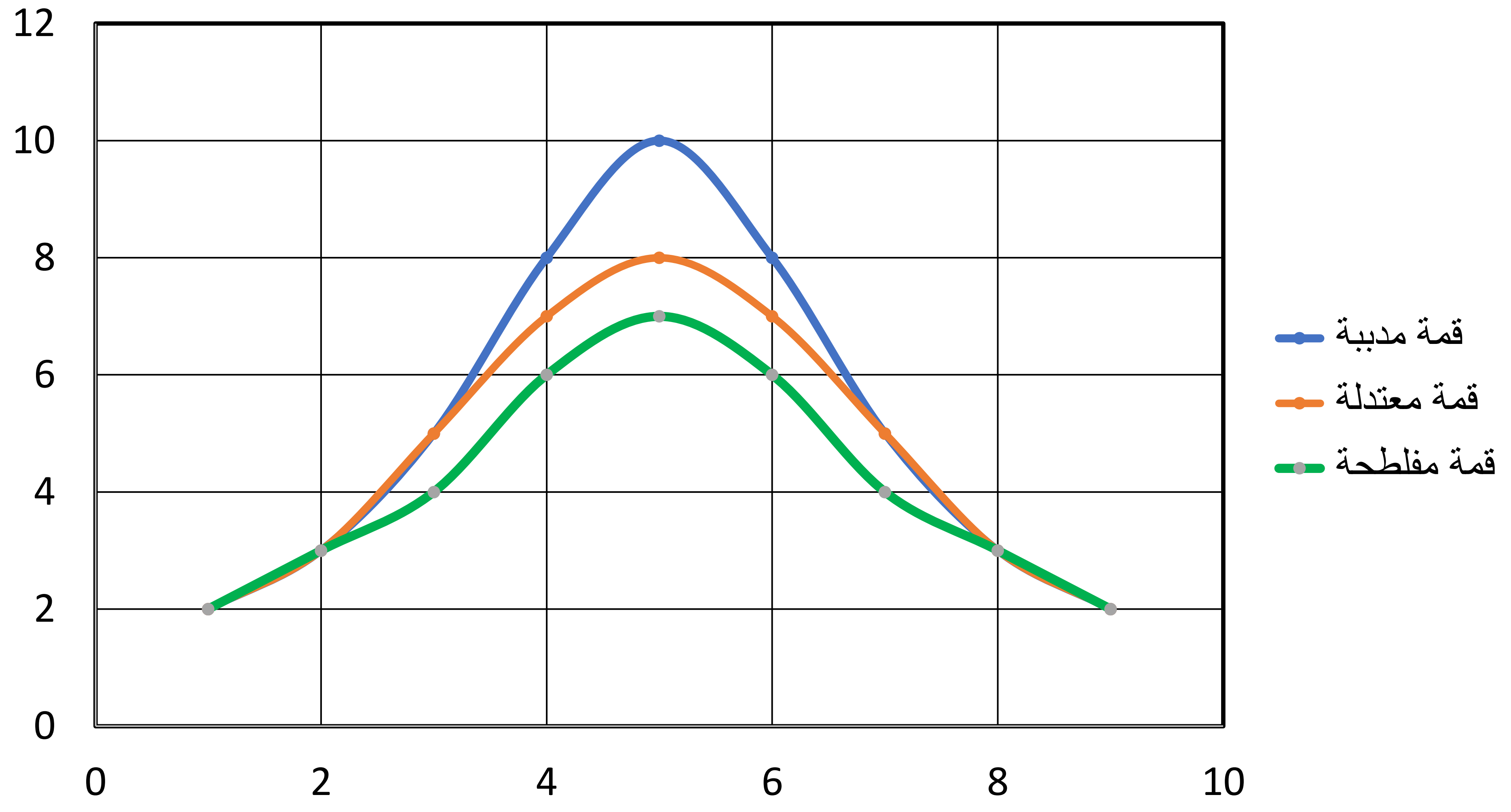
المنوال > الوسيط > الوسط
التواء نحو اليمين (موجب)



المنوال > الوسيط > الوسط
التواء نحو اليسار (سالب)



مقياس التفلطح : هو درجة علو قمة التوزيع فكلما زاد ارتفاع القمة زاد التوزيع تدببا وكلما قل الارتفاع ازداد التوزيع تفلطحاً وكما موضح بالشكل التالي.



ولاجل حساب تلك المقاييس يمكن استخدام تظرية العزوم وبدرجاتها المختلفة ومنها

١ - العزم الرائي حول الصفر

أ- للبيانات غير المبوبة

$$\bar{y}^r = \frac{\sum y_i^r}{n}$$

فالعزم الاول حول الصفر هو الوسط الحسابي

$$\bar{y}^1 = \frac{\sum y_i^1}{n}$$

اما العزم الثاني حول الصفر فهو وهكذا يتم حساب بقية العزوم

$$\bar{y}^2 = \frac{\sum y_i^2}{n}$$

ب- للبيانات المبوبة

$$\overline{y}^r = \frac{\sum f_i y_i^r}{\sum f_i}$$

٢ - العزم الرائي حول الوسط الحسابي

$$m_r = \frac{\sum (y_i - \overline{y})^r}{n}$$

أ- للبيانات غير المبوبة (اذا كانت r=1 فان m1=0)

واذا كانت (r=2) فان

$$m_2 = \frac{\sum (y_i - \overline{y})^2}{n} = \frac{ss}{n} = \delta^2$$

أ- للبيانات المبوبة

$$m_r = \frac{\sum f_i (y_i - \overline{y})^r}{\sum f_i}$$

مثال (1): اوجد العزم الأول والثاني والرابع للبيانات $y_i = 4, 7, 5, 9, 8, 3, 6$ حول:

أ- الصفر ب- الوسط الحسابي

الحل:

أ- $\bar{y}^r = \dfrac{\sum y_i^r}{n}$

i. العزم الأول $\bar{y} = \dfrac{4+7+5+9+8+3+6}{7} = \dfrac{42}{7} = 6$

ii. العزم الثاني $\bar{y}^2 = \dfrac{16+49+25+81+64+9+36}{7} = \dfrac{280}{7} = 40$

iii. العزم الرابع $\bar{y}^4 = \dfrac{256+2401+625+6661+4096+81+1296}{7} = \dfrac{15316}{7} = 2188$

ب- حول الوسط الحسابي ($\bar{y}=6$)

i. العزم الأول $m_1 = \dfrac{\sum(y_i - \bar{y})^1}{n} = \dfrac{0}{n} = 0$

ii. العزم الثاني $m_2 = \dfrac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n}$

$$m_2 = \frac{(4-6)^2 + (7-6)^2 + (5-6)^2 + (9-6)^2 + (8-6)^2 + (3-6)^2 + (6-6)^2}{7} = \frac{28}{7}$$

$$= 4$$

iii. العزم الرابع

$$m_4 = \frac{(4-6)^4 + (7-6)^4 + (5-6)^4 + (9-6)^4 + (8-6)^4 + (3-6)^4 + (6-6)^4}{7} = \frac{196}{7}$$

$$= 28$$

3. مقاييس الالتواء

أ- معامل الالتواء الأول (حول المنوال α_1)

$$\alpha_1 = \frac{(\bar{y} - \bar{M}_o)}{s}$$

ب- معامل الالتواء الثاني (حول الوسيط α_2)

$$\alpha_2 = \frac{(\bar{y} - \bar{M}_e)}{s}$$

ت- معامل الالتواء الثالث (باستخدام العزوم α_3)

$$\alpha_3 = \frac{m_3}{(\sqrt{m_2})^3} = \frac{m_3}{\sqrt{m_2^3}}$$

مثال (2): احسب معامل الالتواء الأول والثاني والثالث لجدول التوزيع التكراري الاتي

الفئات	f_i	الحل Solution					
		y_i	$Y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$f_i *(y_i - \bar{y})^2$	F_i	$f_i *(y_i - \bar{y})^3$
60 - 62	5	61	-6.45	41.6025	208.0125	5	-1341.68
63 - 65	18	64	-3.45	11.9025	214.2450	23	-739.145
66 - 68	42	67	-0.45	0.2025	8.5050	65	3.8273
69 - 71	27	70	2.55	6.5025	175.5675	92	447.697
72 - 74	8	73	5.55	30.8025	246.4200	100	1367.631
	$\sum=100$	$\bar{y}=67.45$		$\sum$	852.7500		-261.6697

$$S=\sqrt{\frac{\sum f_i(y_i-\bar{y})^2}{\sum f_i-1}}=\sqrt{\frac{852.75}{99}}=\sqrt{8.6} \rightarrow S=2.9$$

$$\dot{M}e=65.5+\left(\frac{50-23}{42}\right)*3=67.43$$

$$\dot{M}o=65.5+\left(\frac{24}{24+15}\right)*3=67.35$$

$$\alpha_1=\frac{(67.45-67.35)}{2.9}=\frac{0.10}{2.9}=0.0345$$

$$\alpha_2=\frac{(67.45-67.43)}{2.9}=\frac{0.02}{2.9}=0.006897$$

$$\alpha_3=\frac{m_3}{(\sqrt{m_2})^3}=\frac{m_3}{\sqrt{m_2^3}} \quad ; \quad m_2=852.75/100=8.5275 \quad ; \quad m_3=-261.6697/100=-2.617$$

$$\alpha_3=\frac{-2.617}{(\sqrt{8.528})^3}=\frac{-2.617}{24.9041}=-0.105$$

نلاحظ ان (α_1 , α_2) قريبتان من الصفر مما يوحيان الى ان التوزيع متماثل ، الا ان ($\alpha_3 < 0$) وهذا ذو وزن اكبر من قيم المقياسين الأولين مما يشير الى ان التوزيع شبه متماثل قليل الالتواء الى اليسار (التواء سلبيا).

طريقة بيرسون (Person) لقياس الالتواء :

تاخذ هذه الطريقة في الاعتبار العلاقة بين الوسط والوسيط والمنوال اذا كان التوزيع قريب من التماثل وليس شديد الالتواء فان العلاقة تكون وكما تم عرضها في محاضرة سابقة

المنوال =الوسط الحسابي-٣ (الوسط الحسابي –الوسيط)

اما طريقة بيرسون في قياس الالتواء فانها تتحدد بالمعادلة الاتية

$$\alpha = \frac{3(Mean - Median)}{Standard\ Deviation} = \frac{3(\bar{y} - \dot{M}e)}{s}$$

حيث ان α هو معامل الالتواء لبيرسن و $\bar{y}$ هو الوسط الحسابي و $\dot{M}e$ هو الوسيط و هو الانحراف القياسي او المعياري ويمكن من خلال الاشارة التي ياخذها المعامل الجزم بالالتواء وكما ياتي

اذا كانت قيمة $\alpha = 0$ فان منحني التوزيع التكراري متماثل

اذا كانت قيمة $\alpha > 0$ فان منحني التوزيع ملتوي الى جهة اليمين

اذا كان $\alpha < 0$ فان منحني التوزيع ملتوي الى جهة اليسار